



UNIVERSITÀ

LUM

GIUSEPPE
DEGENNARO

a.a. 2024-2025

Denominazione	FONDAMENTI DI ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA
Moduli componenti	
Settore scientifico-disciplinare	MATH-02/B (Ex MAT/03)
Anno di corso e semestre di erogazione	1° anno, 2° semestre
Lingua di insegnamento	Italiano
Carico didattico in crediti formativi universitari	12 CFU
Numero di ore di attività didattica frontale	96 (pari a 12 CFU di didattica erogativa) + 12 ore di didattica interattiva/integrativa
Docente	Prof. Giuseppe Fanizza
Risultati di apprendimento specifici	<p>Gli studenti dovranno acquisire le conoscenze necessarie per la piena e consapevole comprensione dei principi della fisica e della tecnologia. In particolare il corso prevede lo sviluppo di temi legati all' Algebra Lineare e alla Teoria delle Matrici; Funzioni di più variabili; Calcolo integrale; Calcolo vettoriale; Trasformate di Laplace e cenni di risoluzioni di equazioni differenziali alle derivate parziali. Lo studente che avrà acquisito padronanza nei settori su indicati avrà costruito le basi necessarie per la comprensione e lo sviluppo dei temi oggetto di studio dei corsi successivi.</p> <p>Conoscenze e comprensione: il corso è strutturato in maniera da fornire la teoria necessaria alla risoluzione di problemi formulati in maniera algebrica e geometrica e alle tecniche introduttive all'analisi numerica, allo studio di funzioni di più variabili e alla risoluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali</p> <p>Capacità di applicare conoscenze e comprensione: Le capacità acquisite dovranno essere applicate allo studio di funzioni e alla risoluzione dei sistemi lineari, alla diagonalizzazione di matrici e al calcolo integro-differenziale in più dimensioni. Questo potenzierà la preparazione precedentemente acquisita nel corso di analisi per lo studio dei corsi successivi, con particolare riguardo all'analisi e alla predizione di processi fisici, industriali e ingegneristici.</p> <p>Autonomia di giudizio e pensiero critico: Lo studente dovrà dimostrare di saper impostare e risolvere in autonomia problemi inerenti allo studio di sistemi lineari, alla teoria delle matrici, al calcolo di autovalori e autovettori, allo studio di funzione in più variabili e alle strategie di risoluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali.</p> <p>Abilità comunicative: Le lezioni e gli eventuali tutoraggi sono strutturati in maniera da stimolare la partecipazione attiva degli studenti durante la presentazione dei contenuti proposti, anche tramite esercizi mirati proposti dal docente durante l'erogazione del corso. Tutto questo allo scopo di potenziare anche le proprietà di linguaggio e migliorare la capacità espositiva dei contenuti appresi.</p> <p>Capacità di apprendimento: Le capacità di apprendimento verranno monitorate in maniera continuativa, con l'obiettivo di stimolare gli studenti a trovare le strategie migliori per la risoluzione dei problemi proposti, in accordo con il rigore richiesto da un corso di matematica.</p>

<p>Programma</p>	<p>Il programma del corso è composto dai seguenti contenuti didattici:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <u>Vettori</u>: richiami di geometria euclidea. Vettori nello spazio: somma e differenza. Prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto. Indipendenza lineare e combinazione lineare tra vettori. Versori, terne ortogonali e terne destrorse. Riferimenti cartesiani. • <u>Strutture algebriche</u>: gruppi, campi, anelli, spazi vettoriali. Lo spazio vettoriale \mathbb{R}^n. Operazioni tra elementi degli spazi vettoriali. • <u>Teoria delle matrici</u>: operazioni tra matrici e vettori. Sistemi lineari in forma matriciale. Nucleo di una matrice. Soluzioni di un sistema lineare. Rango di una matrice. Riduzione a scala e metodo di eliminazione di Gauss. Teorema di Cramer e teorema di Rouché-Capelli. Composizione di matrici. Matrici diagonali. Matrici quadrate, matrici invertibili e criteri di invertibilità. Matrici trasposte e calcolo della matrice inversa. • <u>Determinanti</u>: calcolo del determinante. Teorema sulle matrici non singolari. Complementi algebrici e sviluppo di Laplace. Regola di Sarrus e Formula di Laplace per il calcolo dell'inversa. Teorema di Binet. Teorema degli orlati. • <u>Spazi vettoriali e applicazioni lineari</u>: Basi e sistema di generatori di uno spazio vettoriale. Sottospazi vettoriali. Applicazioni lineari tra spazi vettoriali. Nucleo e immagine di un'applicazione lineare. Applicazioni infettive, suriettive, isomorfismi. Teorema di nullità più rango. • <u>Autovalori e autovettori</u>: rappresentazione di un'applicazione lineare e teorema di rappresentazione. Autovalori e autovettori di un'applicazione lineare. Autospazi e primo criterio di diagonalità. Molteplicità algebrica e geometrica. Autovalori semplici e regolari. Secondo criterio di diagonalizzabilità. Matrici simili. • <u>Spazi euclidei</u>: prodotto scalare in uno spazio vettoriale e norma indotta. Angoli, distanze e ortogonalità in uno spazio euclideo. Algoritmo di Gram-Schmidt e ricerca di una base ortonormale. • <u>Calcolo differenziale in \mathbb{R}^n</u>: topologia di \mathbb{R}^n. Insiemi aperti, chiusi, limitati, connessi, e semplicemente connessi. Limiti di funzioni a più variabili e continuità di una funzione in \mathbb{R}^n. Derivate parziali, derivate direzionali e derivate totali. Differenziale. Teorema del differenziale totale. Teorema di Fermat e Teorema di Weierstrass in \mathbb{R}^n. Ricerca di punti stazionari. Il metodo dell'hessiana per funzioni a due variabili. • <u>Calcolo integrale in \mathbb{R}^n</u>: curve e parametrizzazioni in \mathbb{R}^n. Integrali curvilinei. Teorema sulla lunghezza di una curva. Lavoro di un campo. Campi irrazionali e campi conservativi. La funzione potenziale e caratterizzazione dei campi conservativi. Integrali doppi e multipli. Integrali di superficie e teoremi della divergenza e del rotore in \mathbb{R}^3. Formula di Gauss-Green. • <u>Trasformata di Laplace</u>: definizione, proprietà e applicazioni.
<p>Metodi e criteri di valutazione dell'apprendimento</p>	<p>La verifica dell'apprendimento (sia per gli studenti frequentanti sia per gli studenti non frequentanti) prevede una prova scritta in presenza che consisterà nella risoluzione di esercizi e di quesiti teorici inerenti al programma svolto. Ad ogni esercizio e quesito svolto sarà attribuito un voto che terrà conto anche della proprietà di linguaggio, della capacità argomentativa, di analisi critica e di ragionamento.</p>

<p>Tipologie di attività didattiche previste e relative modalità di svolgimento</p>	<p>L'insegnamento è strutturato in lezioni di didattica frontale nella misura indicata in precedenza. Inoltre, sono previste attività di didattica integrativa a cadenza bisettimanale durante l'erogazione del corso, per un totale di 12 ore circa, durante le quali saranno proposte esercitazioni specifiche, al fine di monitorare e potenziare l'apprendimento dei contenuti del corso. È fortemente incoraggiata la partecipazione attiva degli studenti. È previsto inoltre l'utilizzo di tecnologie digitali per l'erogazione della didattica erogativa e integrativa. In particolare, le lezioni e i contenuti necessari alla preparazione dell'esame (esercizi proposti ed applicazioni dei contenuti) saranno rese disponibili già al termine di ogni attività su classroom. Potranno essere svolte delle prove intermedie per la valutazione dell'apprendimento, da svolgersi indicativamente a metà e a fine corso, al fine di individuare argomenti su cui potenziare le attività didattiche ed esercitative.</p>
<p>Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale</p>	<p>La valutazione dell'apprendimento prevede l'attribuzione di un voto finale espresso in trentesimi. Ad ogni esercizio e quesito sarà attribuito un punteggio massimo. La somma dei punteggi massimi sarà 31. La somma raggiunta dei punteggi rappresenterà la votazione finale in trentesimi; 31/30 corrisponderà alla lode. In particolare, nell'ambito dell'esame ai fini della valutazione sarà analizzata la capacità di applicare le conoscenze acquisite nonché la capacità di proporre soluzioni corrette ed efficienti nella risoluzione di problemi geometria, algebra lineare e analisi di funzioni a più variabili.</p>
<p>Propedeuticità</p>	<p>Analisi Matematica</p>
<p>Materiale didattico utilizzato e materiale didattico consigliato</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Enrico Schlesinger - Algebra Lineare e Geometria, Seconda Edizione, Zanichelli Editore 2. Emilio Acerbi, Giuseppe Buttazzo - Secondo Corso di Analisi Matematica, Universitari Editore Parma 3. Robert A. Adams, Christopher Essex - Calcolo Differenziale 2, Quinta Edizione, Casa Editrice Ambrosiana 4. Materiale supplementare fornito dal docente